



Aalborg Universitet

AALBORG UNIVERSITY  
DENMARK

## Konsolideringsforløb med varierende konsolideringskoefficient

Jørgensen, Mogens B.

*Published in:*

NGM-92 : Proceedings fra 11. Nordiske Geoteknikermøde, Aalborg, 28-30 Maj 1992

*Publication date:*

1992

*Document Version*

Også kaldet Forlagets PDF

[Link to publication from Aalborg University](#)

*Citation for published version (APA):*

Jørgensen, M. B. (1992). Konsolideringsforløb med varierende konsolideringskoefficient. I NGM-92 : Proceedings fra 11. Nordiske Geoteknikermøde, Aalborg, 28-30 Maj 1992: Artikler til NGM-92: Session 5-8 (Bind 2/3, s. 467-472). Dansk Geoteknisk Forening. DGF-bulletin Nr. 9

### General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal -

### Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at [vbn@aub.aau.dk](mailto:vbn@aub.aau.dk) providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

# Konsolideringsforløb med varierende konsolideringskoefficient

Af

Mogens B. Jørgensen, Aalborg Universitetscenter

## SYNOPSIS

På baggrund af velkendt konsolideringsteori er der foretaget numeriske beregninger af tidskurveforløb, blot med den ændring af de normale forudsætninger, at konsolideringskoefficienten  $c_k$  antages at variere under processen. En lineært aftagende  $c_k$ -variation fører til tidskurver, hvis form ikke afviger væsentligt fra det normale forløb, mens antagelsen om en springvis ændring, der kunne skyldes passage af en forbelastningsspænding, fører til tidskurver med "knæk" i en  $\sqrt{T}$ -afbildning. På grundlag af foreløbige beregningsresultater anviser artiklen, hvorledes en observeret tidskurve med "knæk" muligvis kan føre til en præcis bestemmelse af forbelastningsspændingen – specielt hvis det er muligt at korrigere tidskurven for krybning.

## INDLEDNING

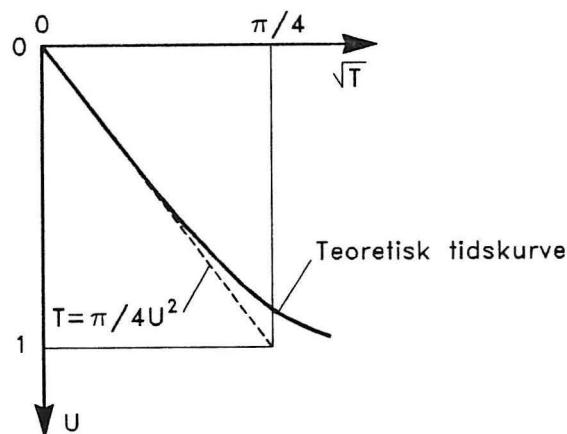
Den klassiske konsolideringsteori for det eendimensionale tilfælde fører som bekendt til det resultat, at poretrykkets variation med højden  $z$  og tiden  $t$  i et konsoliderende lag af tykkelsen  $H$  kan beskrives matematisk ved hjælp af differentialligningen:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \frac{1}{c_k} \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \quad (1)$$

hvor  $h$  er trykniveauet, der er forbundet med poretrykket  $u$  ved relationen  $h = z + u/\gamma_w$ .

Parameteren  $c_k$  – den såkaldte konsolideringskoefficient – repræsenterer produktet  $k \cdot K/\gamma_w$ , hvor

$k$	=	den hydrauliske konduktivitet	(m/sek)
$K$	=	konsolideringsmodulen	(kN/m <sup>2</sup> )
$\gamma_w$	=	vandets rumvægt	(kN/m <sup>3</sup> )



Figur 1: Teoretisk tidskurve i  $\sqrt{T}$ -afbildning ( $c_k$  konstant).

Normalt løses ligningen under den forudsætning, at konsolideringskoefficienten  $c_k$  er konstant under hele processen. Løsninger repræsenteres af isokron-kurver, der til bestemte tidspunkter angiver fordelingen i laget mellem effektive spændingstilvækster og poreovertryk.

Ved indførelse af den relative højde  $z_1 = z/H$  og den relative tid  $T = t \cdot c_k/H^2$  gøres ligningen dimensionsløs, hvorved man opnår, at løsningen bliver generel.

Med baggrund i isokronen til tidspunktet  $T$  kan man nu beregne konsolideringsgraden  $U$ , hvor  $U$  er defineret som den relative sammentrykning  $\delta_T/\delta_\infty$  og derfor antager værdier mellem 0 og 1.

En tidskurve svarende til de givne forudsætninger og grænsebetingelser fremkommer herefter ved at afbilde sammenhørende værdier af  $U$  og  $T$ .

På figur 1 er vist en sådan tidskurve svarende til ensformig lastfordeling, enkeltsidig dræning og konstant  $c_k$ . Kurven er vist i en  $\sqrt{T}$ -afbildning, hvor den viser sig at forløbe retlinet på et langt stykke.

Det er angivet (Brinch Hansen 1961), at tangenten svarer til  $T = \pi/4 \cdot U^2$ , og at den kan betragtes som en god tilnærmelse til tidskurven for  $U < 0.7$ .

Brinch Hansen har endvidere angivet, at tidskurven i hele intervallet  $U = 0$  til 1 kan tilnærmes ved udtrykket:

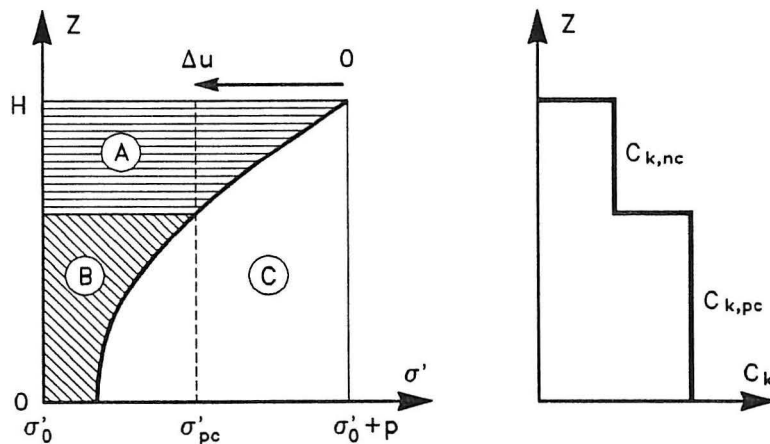
$$U^{-6} = 1 + \frac{1}{2} \cdot T^{-3} \quad (2)$$

Disse iagttagelser har været udnyttet i mange år i Danmark i forbindelse med tolkning af observerede tidskurver.

### SPRINGVIS ÆNDRING AF $c_k$

Mange observerede tidskurver udviser samme form som den teoretiske tidskurve, hvilket tolkes som udtryk for, at de nævnte forudsætninger er opfyldt i høj grad.

Imidlertid optræder ofte afvigende tidskurver især ved belastningstrin, der ligger tæt på formodede værdier af forbelastningsspændingen  $\sigma'_{pc}$ . Det kunne tænkes, at sådanne afvigelser kunne skyldes ændrede forudsætninger vedrørende variationen af  $c_k$ .



Figur 2: Isokron svarende til et tidspunkt hvor  $\sigma'_{pc}$  overskrides i en del af laget. A:  $\sigma'_{pc}$  overskredet, tilstanden normalkonsolideret. B:  $\sigma'_{pc}$  ikke overskredet, tilstanden forkonsolideret. C: Resterende poreovertryk.

Antages det, at der kan optræde et drastisk fald i konsolideringsmodulen  $K$  – svarende til yielding – ved overgangen fra forkonsolideret tilstand til normalkonsolideret tilstand (Cambridge-modellen) mens  $k$  kun antages at afhænge af poretalet, vil resultatet være et næsten tilsvarende drastisk fald i  $c_k$ .

Med henblik paa at undersøge, hvilken effekt det ville have på tidskurven, er udviklet et beregningsprogram, der ved hjælp af finite differencer løser differentialligningen (1) under den forudsætning, at  $c_k$  ændrer værdi med et spring fra een konstant værdi til en anden konstant værdi, så snart den effektive spænding overskrider en bestemt værdi i intervallet.

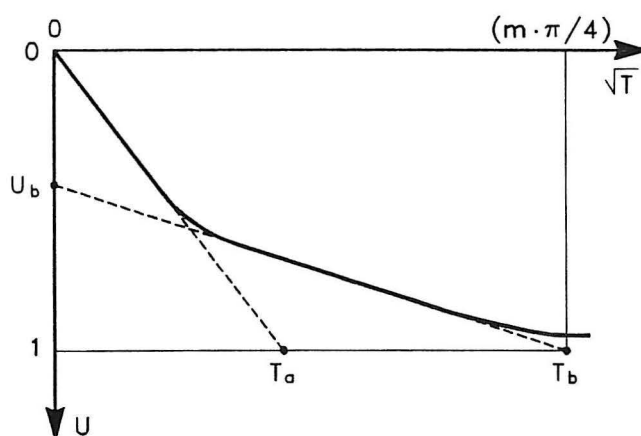
På figur 2 er vist, hvordan spændingsfordelingen på et givet tidspunkt kan svare til, at en del af laget er i normalkonsolideret tilstand ( $\sigma'_{pc}$  overskredet) mens den resterende del stadig er i forkonsolideret tilstand.

Programmet beregner punkter på isokronen med valgt punkttæthed og med små tidsintervaller. På baggrund heraf beregnes værdier af  $U$ , og der udskrives samhørende værdier af  $U$  og  $T$ .

Inddata i programmet er følgende:

- $H$  : Prøvehøjde eller tykkelse af lag.
- $n$  : Antal af beregningspunkter med ækvidistant afstand.
- $c_{k,pc}$  : Konsolideringskoefficient i forkonsolideret tilstand.
- $c_{k,nc}$  : Konsolideringskoefficient i normalkonsolideret tilstand.
- $dt$  : Tilvækst i tid pr. beregningsstep.
- $ui$  : Tidsinterval for udlæsning af funktionsværdier ( $T, U$ )
- $h_{pc}$  : Relativt potentiale ( $\Delta u/p$ ), der udløser spring fra  $c_{k,pc}$  til  $c_{k,nc}$ .

## TIDSKURVERNES FORM



Figur 3: Teoretisk tidskurve i  $\sqrt{T}$ -afbildning ( $c_k$  varierer med spring).

Den forskel, der mest markant træder i øjnene, når man afbilder de beregnede tidskurver i  $\sqrt{T}$ -afbildning er, at der forekommer et "knæk" på den retlignede del af kurven, således at en lineær tilnærmelse til tidskurven må foretages ved hjælp af to rette linier – i det følgende kaldet linie  $a$  og linie  $b$  – i stedet for blot een ret linie.

På figur 3 er vist en sådan tidskurve med tilnærmelseslinierne  $a$  og  $b$ .

Linie  $a$  forbinder punkterne  $(0,0)$  og  $(T_a,1)$  mens linie  $b$  forbinder punkterne  $(0, U_b)$  og  $(T_b, 1)$ , hvor symbolerne  $T_a$ ,  $T_b$  og  $U_b$  fremgår af figur 3.

## VARIEREDE PARAMETRE

Efter beregning og optegning af et større antal tidskurver, hvor tilnærmelseslinierne  $a$  og  $b$  er indlagt bedst muligt, er det undersøgt, hvordan skæringsværdierne  $U_b$ ,  $T_a$  og  $T_b$  varierer med de valgte inddata.

Ved beskrivelsen af disse resultater er følgende størrelser anvendt af praktiske grunde:

$$I_{pc} = (1 - h_{pc}) \quad (\text{er varieret mellem værdierne 0 og 1})$$

$$m = \frac{c_{kpc}}{c_{knc}} \quad (\text{er varieret mellem værdierne 1 og 33})$$

$$f_T = \frac{T_b}{T_a} \quad (\text{er bestemt af aflæste værdier})$$

## EMPIRISKE RESULTATER

Det ser foreløbigt ud til, at  $T_b$  kun afhænger af  $m$ , og at værdien viser sig at være  $m \cdot \pi/4$ .

Den del af tidskurven, der følger efter "knækket", kan i hele sit resterende forløb beskrives af det tilnærmede udtryk:

$$\left[ \frac{U - U_b}{1 - U_b} \right]^{-6} = 1 + \left[ \frac{T}{m \cdot \pi/4} \right]^{-3} \quad (\text{analogt til formel (2)})$$

Værdierne af  $T_a$  og  $U_b$  afhænger af både  $m$  og  $I_{pc}$ . Der er foreløbigt opstillet følgende sammenhænge ved hjælp af simple kurvetilpasninger:

$$\text{For } m > 3 \text{ og } 0.15 < I_{pc} < 0.85: \quad U_b = \frac{I_{pc} \cdot m}{m + 0.5}$$

$$f_T = 1 + \frac{1}{2} (m - 1) [1 - \cos(\pi \cdot I_{pc})]$$

### LINEÆR VARIATION AF $c_k$

Med en lille ændring af beregningsprogrammet er det undersøgt, hvordan tidskurverne forløber, hvis  $c_k$  antages at variere lineært gennem konsolideringsprocessen. Med aftagende værdi af  $c_k$  fås tidskurver, der ikke udviser "knæk" i  $\sqrt{T}$ -afbildningen. Følgende aritmetriske udtryk er fundet at være en god tilnærmelse i hele intervallet:

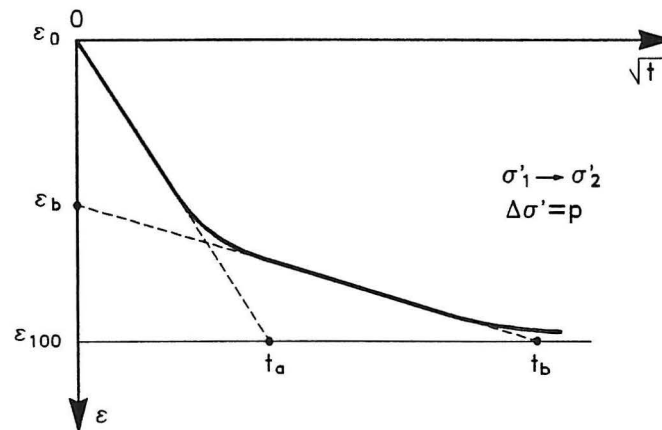
$$U^{-2n} = 1 + \left(\frac{4}{\pi} \cdot T\right)^{-n}$$

$$\text{hvor } n = \left[3 - 2 \left(\frac{m - 1}{m}\right)\right]$$

( $m$  står her for forholdet mellem begyndelses- og slutværdien af  $c_k$ , altså  $m > 1$ ).

Tilnærmelsen er ikke anvendelig, såfremt  $c_k$  er lineært voksende gennem processen ( $0 < m < 1$ ). Der kan her angives en begyndelsestangent af formen  $T = a \cdot U^2$ , hvor  $a$  ikke er  $\pi/4$ , men foreløbigt fundet til  $a \simeq \pi/4 - 2/3(1 - \sqrt{m})$ . Tangenten kan anvendes som tilnærmelse, hvis  $U < 0.70$ .

### ANVENDELSE VED TOLKNING



Figur 4: Hypotetisk eksempel på en observeret tidskurve med afvigende forløb i  $\sqrt{T}$ -afbildning.

Resultaterne af undersøgelsen åbner mulighed for en ny vurdering af årsagen til, at en observeret tidskurve fra fx et konsolideringsforsøg har en form, der afviger fra "det normale".

Hvis tidskurven for et enkelt lasttrin udviser et "knæk" i  $\sqrt{T}$ -afbildning, kan årsagen være, at konsolideringskoefficienten  $c_k$  ændrer værdi med et spring under processen, og en mulig tolkning ville da være, at forbelastningsspændingen  $\sigma'_{pc}$  netop overskrides under det pågældende lasttrin.

Med udgangspunkt i de symboler, der er anvendt på eksemplet i figur 4, skulle man da kunne bestemme  $\sigma'_{pc}$ ,  $c_{k,pc}$  og  $c_{k,nc}$  efter nedenstående procedure, såfremt man kan se bort fra virkningen af krybning.

1.  $U_b$  bestemmes af:  $U_b = \frac{\epsilon_b - \epsilon_0}{\epsilon_{100} - \epsilon_0}$ .

Kontrol:  $0.15 < U_b < 0.85$ , ellers opgives tolkning.

2. 1. tilnærmelse til  $I_{pc}$ :  $I_{pc} = U_b$ .

3.  $f_t$  bestemmes af:  $f_t = \frac{t_b}{t_a}$

4.  $m$  bestemmes af:  $m = \frac{2(f_t - 1)}{1 - \cos(\pi \cdot I_{pc})} + 1$ .

Kontrol:  $m > 3$ , ellers opgives tolkning.

5. Korrektion:  $I_{pc} = U_b(1 + \frac{0.5}{m})$

6. Korrektion:  $m$  beregnes af 4. med korrigeret  $I_{pc}$ .

7. Korrektioner gentages indtil rimelig overensstemmelse.

Herefter kan bestemmes:

8. Forbelastningsspænding:  $\sigma'_{pc} = \sigma'_1 + p \cdot I_{pc}$ .

Såfremt  $\gamma_w$  og  $k$  antages konstante, gælder:

9.  $m = \frac{c_{k,pc}}{c_{k,nc}} = \frac{K_{pc}}{K_{nc}} \rightarrow K_{nc} = \frac{1}{m} \cdot K_{pc}$ .

Idet det herefter antages, at den målte tøjningstilvækst kan beregnes af:

$$\epsilon_{100} - \epsilon_0 = \frac{p \cdot I_{pc}}{K_{pc}} + \frac{p \cdot (1 - I_{pc})}{K_{nc}}$$

fås ved indsættelse af 9.:

10.  $K_{pc} = \frac{p}{\epsilon_{100} - \epsilon_0} [I_{pc} + m(1 - I_{pc})]$

## REFERENCER

- Brinch Hansen, J. (1961): A model law for simultaneous primary and secondary consolidation. Proc. 5. *ICSMFE* 1, p. 133. Paris.
- Harremoës, Krebs Ovesen, Moust Jacobsen (1978): *Lærebog i Geoteknik 1*, kap. 6. Polyteknisk Forlag.
- Moust Jacobsen, H. (1992): Karakteristiske belastningstilstande for moræneler. *NGM 92*. Aalborg.
- Moust Jacobsen, H. (1992): Klassifikation af ler i normalkonsolideret, lettere forbelastet og forbelastet ler. *NGM 92*. Aalborg.